

6 Incertitudes de mesures

Variabilité d'une mesure

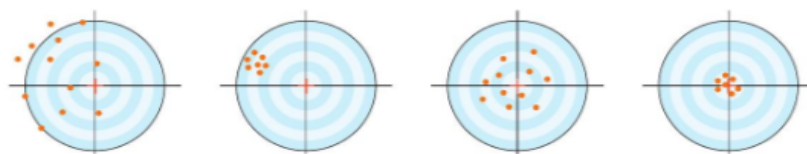
Aucune grandeur physique mesurée n'est connue avec exactitude, du fait :

- des **erreurs** liées à la méthode et/ou à l'appareil utilisés ;
- des **variations naturelles** de tout phénomène physique.

Lorsqu'une mesure est répétée, l'erreur commise peut être **aléatoire** et varier d'une mesure à l'autre.

La mesure est alors peu **fidèle**. L'erreur peut aussi être **systématique**, et la mesure peu **juste**.

Les deux types peuvent se cumuler.



Peu juste, peu fidèle

Peu juste, bien fidèle

Bien juste, peu fidèle

Bien juste, bien fidèle

Valeur estimée et incertitude-type

Soit une grandeur physique dont on cherche à mesurer la valeur x .

À l'issue d'un ensemble de mesures, on a obtenu une estimation de x , notée x_{mes} .

Cette mesure étant entachée d'erreurs, la valeur de x n'est pas connue exactement mais avec une certaine **incertitude-type**. L'incertitude-type est un nombre **positif**, noté $u(x)$, qui traduit la dispersion des valeurs de x . Elle s'évalue de manières diverses.

Le résultat de la mesure peut être présenté sous la forme :

$$x = x_{\text{mes}} \pm u(x)$$

Exemple :

On estime une longueur L à 126,35 cm avec l'incertitude-type $u(L) = 2$ cm.

Cela n'aurait pas de sens d'écrire tous les chiffres de L (au centième de centimètre près) alors que l'incertitude-type est 2 cm. On écrit donc $L = 126 \text{ cm} \pm 2 \text{ cm}$.

📖 Fiche 7 p. 604

Comparaison à une valeur de référence

Il arrive que l'on dispose d'une **valeur de référence** x_{ref} , par exemple une valeur théorique attendue, une indication du fabricant, etc.

La **qualité de la mesure** est évaluée à l'aide du quotient :

$$\frac{|x_{\text{mes}} - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$$

C'est un nombre positif, qu'on exprime avec un seul chiffre significatif.

Si ce nombre est assez faible (typiquement, en dessous de 2), la mesure est dite **conforme à la valeur de référence**.

Sinon elle n'est pas conforme : il faut alors tenter d'expliquer pourquoi.

Exemple :

Une eau de Javel contient des ions hypochloreux. Leur concentration attendue est $c_{\text{ref}} = 1,56 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

À l'issue du dosage d'une eau de Javel ouverte depuis un mois, on détermine sa concentration $c = (1,34 \pm 0,08) \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le quotient $\frac{|c_{\text{mes}} - c_{\text{ref}}|}{u(c)}$ vaut $\frac{|1,34 - 1,56|}{0,08} = 3$.

La mesure n'est pas conforme à la valeur attendue.

C'est peut-être dû à la dégradation de l'eau de Javel consécutive à son vieillissement.

Évaluation d'une incertitude

Cas d'une mesure unique (évaluation de type B)



Dans le cas d'une **mesure unique**, la valeur estimée est la valeur mesurée.

Lorsqu'on lit sur une **échelle graduée** où l'écart entre deux graduations les plus proches est δ , l'incertitude-type est voisine de δ .

La notice d'un **appareil numérique** indique comment calculer une grandeur appelée « **précision** » ou « **tolérance** », voisine de l'incertitude-type.

Exemple :

On mesure au multimètre une intensité I : l'ampèremètre affiche $I = 2,457 \text{ A}$. La notice indique « 1,0 % de l'indic. + 3 digits ». Un digit est une unité du dernier chiffre affiché par l'appareil.

L'incertitude-type est donc $u(I) = 2,457 \times 0,010 + 0,003 = 3 \times 10^{-2} \text{ A}$.

On écrit donc $I = 2,46 \text{ A} \pm 0,03 \text{ A}$.

Évaluation statistique (évaluation de type A)

Soit une grandeur dont on fait n mesures (au moins une dizaine) dans des **conditions de répétabilité**. Les valeurs sont notées x_i , avec $i = 1, 2, 3 \dots n$.

La **valeur estimée** de x est la **moyenne** de ces valeurs :

$$x_{\text{mes}} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

L'incertitude-type de **répétabilité**, peut se calculer grâce à la relation :

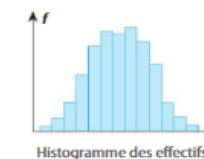
$$u(x) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

où σ_{n-1} est une grandeur statistique nommée **écart-type expérimental** :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

📖 L'écart-type expérimental est noté $s(x)$ dans les calculatrices. 📖 Calculatrices, rabat 1

Les valeurs peuvent être représentées graphiquement dans un **histogramme**, qui montre les effectifs f pour chaque valeur ou intervalle de valeurs de x .



Histogramme des effectifs

Évaluation d'une incertitude-type composée

Dans le cas d'un **calcul** de la valeur d'une grandeur physique à partir de données d'incertitudes-types connues, l'incertitude-type du résultat est obtenue à l'aide d'une **relation fournie**.

Exemple :

Lors d'un titrage, on utilise une solution titrante de concentration $c = (1,50 \pm 0,04) \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le volume de solution titrée est $V_1 = (10,00 \pm 0,05) \text{ mL}$.

Le volume équivalent est $V_E = (14,3 \pm 0,1) \text{ mL}$.

La concentration de la solution titrée s'écrit : $c_1 = \frac{cV_E}{2V_1}$

Elle permet de calculer la valeur estimée de c_1 :

$$c_{1\text{mes}} = \frac{1,50 \times 10^{-2} \times 14,3}{2 \times 10,00} = 1,0725 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La relation permettant de calculer l'incertitude-type

sur c_1 est : $u(c_1) = c_1 \sqrt{\left(\frac{u(c)}{c}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(V_1)}{V_1}\right)^2}$

D'où

$$u(c_1) = 1,0725 \times 10^{-2} \times \sqrt{\left(\frac{0,04}{1,50}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{10,00}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{14,3}\right)^2}$$

$$u(c_1) = 3 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Ainsi, on obtient $c_1 = (1,07 \pm 0,03) \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

