

Devoir de Spécialité physique chimie Terminale

Mardi 01 Février

EXERCICE I

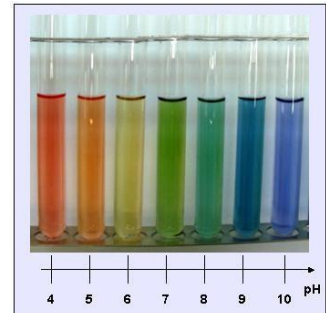
Les scientifiques ont établi le lien entre l'augmentation de la teneur en dioxyde de carbone dans l'atmosphère et l'augmentation de la température terrestre moyenne. Le procédé CarbFix, développé en Islande, permet de piéger dans des roches souterraines du dioxyde de carbone produit par les activités humaines.

Principe du procédé CarbFix : le dioxyde de carbone $\text{CO}_2(\text{g})$ est dissous sous pression dans de l'eau. La solution obtenue est injectée dans des roches basaltiques entre 400 m et 500 m de profondeur. Le contact entre la solution et les roches entraîne une dissolution partielle des roches basaltiques libérant des ions $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$ et $\text{Ca}^{2+}(\text{aq})$, ainsi que la formation d'ions hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et d'ions carbonate $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$. Ces ions réagissent alors entre eux pour former du carbonate de calcium $\text{CaCO}_3(\text{s})$ ou de magnésium $\text{MgCO}_3(\text{s})$. Le dioxyde de carbone est ainsi capturé sous forme de carbonates sous terre.

Le but de l'exercice est d'étudier quelques aspects du procédé Carbfix.

Données :

- couples acide-base des espèces chimiques liées au dioxyde de carbone aqueux :
couple 1 : $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$ $\text{pK}_{\text{A}1} = 6,4$ à 25°C ; couple 2 : $\text{HCO}_3^-(\text{aq}) / \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ $\text{pK}_{\text{A}2} = 10,3$ à 25°C ;
- masses molaires moléculaires : $M(\text{CO}_2) = 44 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$;
- concentration standard : $c^\circ = 1,00 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$;
- masse volumique de l'eau : $\rho(\text{H}_2\text{O}) = 1\,000 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$;
- couleur de solutions comportant quelques gouttes d'un indicateur coloré universel, mélange d'indicateurs colorés, en fonction du pH de ces solutions.
D'après <http://culturesciences.chimie.ens.fr/content/les-indicateurs-de-ph924>



On propose, dans un premier temps, de mettre en évidence l'acidité de la solution de dioxyde de carbone grâce à l'expérience suivante : dans un bécher de 100 mL, on place 50 mL d'eau distillée et quelques gouttes d'indicateur universel. À l'aide d'une paille, un expérimentateur souffle dans l'eau distillée pendant quelques minutes de manière à faire buller l'air expiré dans l'eau distillée. Le résultat de cette expérience est présenté sur la photo ci-dessous.

Avant

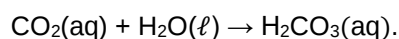


Après expiration de l'air

expiration de l'air

1. Expliquer en quoi cette expérience permet de mettre en évidence le caractère acide de la solution aqueuse de dioxyde de carbone.

Le dioxyde de carbone dissous réagit avec l'eau pour former de l'acide carbonique $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$; cette transformation peut être modélisée par l'équation :



2. Indiquer, en justifiant, si l'espèce chimique H_2CO_3 est un acide ou une base de Brønsted.

Dans le procédé CarbFix, de l'eau et du dioxyde de carbone gazeux sont injectés dans la cavité rocheuse, sous pression (25 bar) et à une température comprise entre 20 °C et 30 °C. Le débit en masse d'une grandeur physique représente la masse de cette grandeur injectée dans la cavité par seconde. Dans ce cas, le débit en masse d'eau liquide est de 1 800 g·s⁻¹ et le débit en masse de dioxyde de carbone gazeux est de 70 g·s⁻¹. L'intégralité du dioxyde de carbone gazeux injecté est dissous dans l'eau. On appelle S la solution aqueuse obtenue. On suppose que l'ajout de dioxyde de carbone gazeux à l'eau ne fait pas varier le volume de liquide.

3. Montrer que la solution S présente une concentration en quantité de matière apportée d'acide carbonique H₂CO₃(aq) de valeur $C_S = 0,88 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On cherche à déterminer la valeur du pH de la solution S₀. On modélise l'évolution du système par la réaction entre l'acide carbonique et l'eau, l'acide carbonique étant un acide faible. On établit le tableau d'avancement suivant, dont les grandeurs sont exprimées en mol·L⁻¹. L'avancement final de la réaction (équilibre chimique) est noté x_{eq} (en mol·L⁻¹).

Réaction chimique	H ₂ CO ₃ (aq) + H ₂ O(l) → HCO ₃ ⁻ (aq) + H ₃ O ⁺ (aq)			
État initial	C_S	Solvant	0	négligeable
État final : équilibre chimique				x_{eq}

4. Reproduire le tableau d'avancement et compléter la ligne correspondant à l'état final avec des expressions littérales.
5. En déduire, à l'équilibre, la relation entre la constante d'acidité K_{A1} du couple H₂CO₃(aq)/ HCO₃⁻(aq), x_{eq} , C_S et c° .
On exprimera la relation sous la forme d'une équation de degré 2 : $ax_{\text{eq}}^2 + bx_{\text{eq}} + c = 0$ où a , b et c sont des constantes à exprimer notamment en fonction de K_{A1} , C_S et c° .

La résolution numérique de cette équation de degré 2 conduit à deux solutions : $x_{\text{eq}1} = 0,000591$ et $x_{\text{eq}2} = -0,000592$.

6. En déduire la composition de la solution S à l'équilibre, puis calculer la valeur du pH de la solution S₀ à l'équilibre chimique. Commenter.

Une expérimentation du procédé CarbFix a été réalisée en situation réelle. Des mesures du pH des eaux souterraines (initialement à pH = 9) ainsi que la concentration en carbone inorganique dissous (DIC) ont été réalisées pendant 550 jours. Le DIC prend en compte l'ensemble des espèces carbonées inorganiques (H₂CO₃(aq), HCO₃⁻(aq) et CO₃²⁻(aq)). Les résultats sont donnés à la **figure 2**. Les zones grisées représentent les phases d'injection de dioxyde de carbone : 175 tonnes de dioxyde de carbone ont été injectées lors de la phase 1 (entre janvier et mars 2012) puis 55 tonnes ont été injectées lors de la phase 2 (entre juin et août 2012).

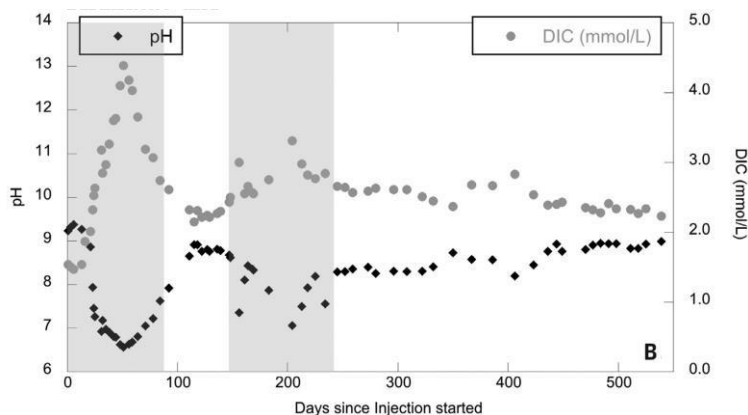


Figure 2. Graphique représentant le pH (noir) et la concentration en carbone inorganique dissous (gris) dans les eaux souterraines en fonction du temps.

Source : Matter, J. M. et al. *Science* 352, 1312–1314 (2016) 7. Expliquer

l'évolution des courbes sur les 300 premiers jours de l'expérience.

EXERCICE II

Dès 1923, Hermann Oberth mentionne l'intérêt d'un télescope spatial. En effet, un télescope terrestre reçoit des radiations filtrées par l'atmosphère terrestre qui absorbe des radiations électromagnétiques dans le domaine de l'infrarouge notamment. Par ailleurs un télescope spatial n'est pas sensible aux turbulences atmosphériques.

Le télescope spatial Hubble, du nom de l'astronome américain Edwin Hubble, a été lancé en 1990. Celui-ci souffrait au départ d'un défaut de courbure du miroir, non détecté avant la mise en orbite, qui provoquait des images floues. Après modification grâce à une mission spatiale, Hubble put enfin fournir ses premières images de l'Univers dans le domaine du spectre ultraviolet, visible et proche infrarouge. Le télescope Hubble, d'une masse $m = 11$ tonnes, est positionné sur une « orbite basse » à une altitude quasi constante $h = 600$ km de la surface de la Terre.

Le télescope spatial James Webb, du nom d'un administrateur de la NASA, doit succéder au télescope Hubble en 2018. Il sera lancé par une fusée Ariane 5. Le télescope spatial James Webb, d'une masse de 6200 kg, sera en orbite à une distance proche de 1,5 millions de kilomètres de la Terre en un point dénommé « point de Lagrange L2 » (voir documents 1 à 3).

D'après www.wikipedia.fr, www.hubblesite.org et <http://www.jwst.nasa.gov>

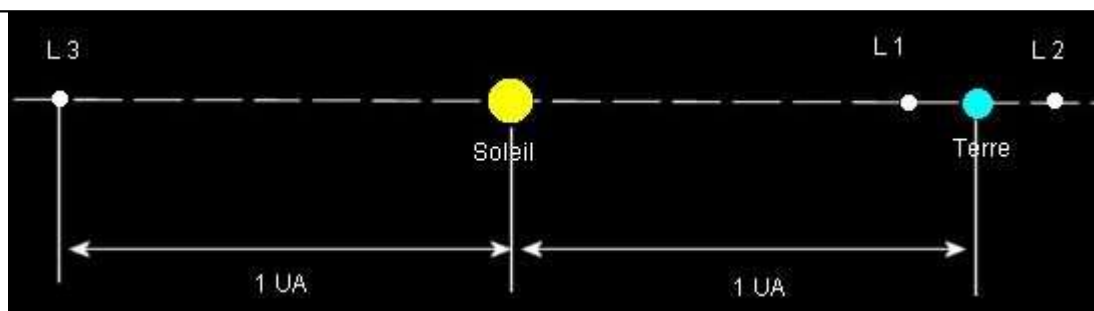
Document 1 : Points de Lagrange

En mécanique céleste, il est un sujet qui a passionné de nombreux mathématiciens : c'est le problème dit « des trois corps ». Joseph-Louis Lagrange étudia le cas d'un petit corps, de masse négligeable, soumis à l'attraction de deux plus gros : le Soleil et, par exemple, une planète. Il découvrit qu'il existait des positions d'équilibre pour le petit corps.

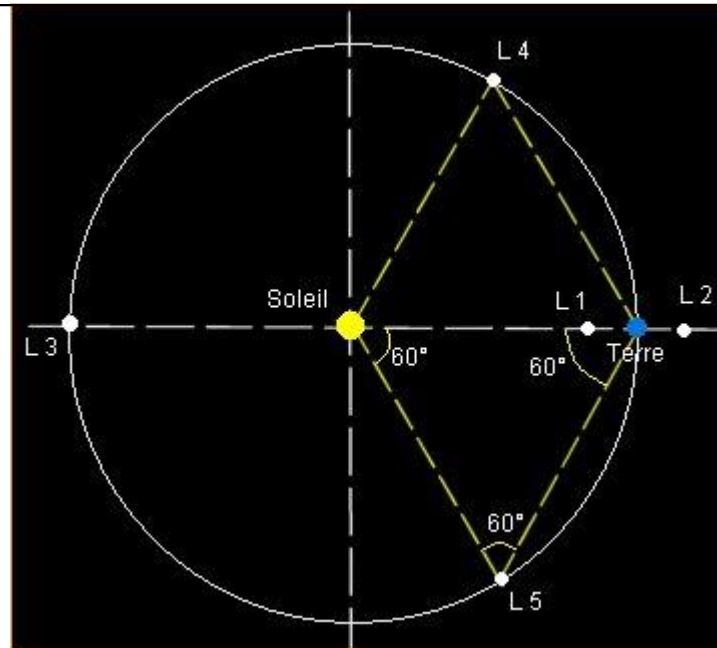
Un point de Lagrange (il en existe 5, notés L1 à L5) est une position de l'espace où les champs de gravité de deux corps très massifs en orbite l'un autour de l'autre fournissent exactement la force centripète requise pour que ce point de l'espace accompagne simultanément la rotation des deux corps.

Dans le cas où les deux corps sont en orbite circulaire, ces points représentent les endroits où un troisième corps de masse négligeable resterait immobile par rapport aux deux autres : il accompagnerait à la même vitesse angulaire leur rotation autour de leur centre de gravité commun sans que sa position par rapport à eux n'évolue. La sonde d'observation SoHO, destinée à observer le Soleil, a par exemple été placée au point L1.

Document 2 : Positions des points de Lagrange sur l'axe Soleil-Terre



Document 3 : Positions des cinq points de Lagrange dans le plan de l'écliptique



Positions des 5 points de Lagrange

Données :

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$

Masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$

Distance moyenne Soleil-Terre : $d = 149,6 \times 10^6 \text{ km}$ équivaut à 1 UA (unité astronomique)

Rayon de la Terre : $R_T = 6370 \text{ km}$

Durée d'une année terrestre : 365,25 jours

Les deux parties sont indépendantes

1. Première partie : étude de l'orbite du télescope spatial Hubble

On étudie le système {télescope spatial Hubble} dans le référentiel géocentrique en négligeant l'interaction gravitationnelle du Soleil avec le télescope.

1.1. Quelle est la trajectoire du télescope Hubble dans ce référentiel ?

1.2. À partir de la deuxième loi de Newton, montrer que, dans l'approximation d'une trajectoire circulaire, le mouvement du télescope Hubble est uniforme.

1.3. Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite dans le référentiel géocentrique est :

$$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + h}}$$

1.4. Établir l'expression de sa période de révolution T en fonction de R_T , h et v .

1.5. Rappeler la troisième loi de Kepler.

1.6. Montrer que dans le cas du télescope spatial Hubble on a la relation : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$ où $r = R_T + h$ représente la distance entre le centre de la Terre et le télescope spatial.

1.7. Calculer la période de révolution T du télescope spatial Hubble, exprimée en minutes.

1.8. Énoncer la première et la seconde loi de Kepler.

1.9. Un satellite géostationnaire est un satellite immobile par rapport au sol et il est donc toujours à la verticale d'un même point du sol.

1.9.1 Quelle doit être sa période dans le référentiel géocentrique?

1.9.2 Déterminer son altitude.

2. Deuxième partie : étude de la mise en orbite du télescope spatial James Webb

Le télescope spatial James Webb sera mis en orbite par le lanceur européen Ariane 5 depuis la base de lancement située à Kourou en Guyane. Dans cette partie on étudie tout d'abord le système {Ariane 5} (incluant tout son équipement y compris le télescope) dans le référentiel terrestre que l'on suppose galiléen pendant la durée de l'étude. Initialement le système {Ariane 5} est situé sur sa base de lancement. Le repère d'espace choisi est un axe vertical Oz orienté vers le haut. L'origine O est initialement confondue avec le centre d'inertie de la fusée de sorte que $z(0) = z_0 = 0$.

2.1. Lors de son décollage, la fusée Ariane 5 et son équipement possèdent une masse totale proche de $M = 780$ tonnes. La valeur F de la force de poussée générée par ses propulseurs est de l'ordre de $14,0 \times 10^6$ N.

2.1.1. Déterminer la valeur P du poids de la fusée Ariane 5 au moment de son décollage. Donnée : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ (intensité de la pesanteur).

2.1.2. Dédurre de la deuxième loi de Newton l'expression de la coordonnée az du vecteur accélération $\vec{a}$ du lanceur Ariane 5 au moment de son décollage en fonction de M , F et g .

2.1.3. L'accélération reste constante si l'on peut négliger les forces de frottement fluide et si le champ de gravitation reste constant. On montre que l'altitude $z(t)$ du lanceur Ariane 5 est alors donnée par la relation :

$$z(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{F}{M} - g \right) \cdot t^2$$

Calculer la valeur de l'altitude z du lanceur Ariane 5 au bout de 10 s dans ces conditions.

2.1.4. En réalité, l'altitude d'Ariane 5 est nettement plus faible au bout de 10 s. Proposer une explication énergétique.

On envisage à présent le cas où le télescope James Webb aura atteint le point de Lagrange L_2 .

2.2. Pourquoi le point L_2 a-t-il été choisi pour l'orbite du télescope James Webb plutôt que le point L_1 , alors qu'il est envisageable de placer plusieurs satellites au même point de Lagrange ?

EXERCICE I – Capture géologique du dioxyde de carbone (4 points)

1. Expliquer en quoi cette expérience permet de mettre en évidence le caractère acide de la solution aqueuse de dioxyde de carbone.

La solution aqueuse de dioxyde de carbone donne une coloration jaune-orange à l'indicateur universel. Ce qui indique que son pH est voisin de 5 donc inférieur à 7, cette solution est acide.

2. Indiquer, en justifiant, si l'espèce chimique H_2CO_3 est un acide ou une base de Brönsted.

H_2CO_3 appartient au couple acide/base $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$. Il s'agit donc d'un acide capable de céder un proton H^+ pour former sa base conjuguée $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$.

3. Montrer que la solution S présente une concentration en quantité de matière apportée d'acide carbonique H_2CO_3 (aq) de valeur $C_S = 0,88 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

1800 g d'eau contient 70 g de CO_2 .

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{m_{\text{CO}_2}}{M_{\text{CO}_2}}$$

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{70}{44} = 1,59 \text{ mol de } \text{CO}_2.$$

D'après l'équation $\text{CO}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$, la consommation de 1 mol de CO_2 conduit à la formation de 1 mol de H_2CO_3 .

Ainsi dans 1800 g d'eau, il y a 1,59 mol de $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})$.

On calcule le volume occupé par 1800 g d'eau.

$$\rho(\text{H}_2\text{O}) = \frac{m}{V} \text{ donc } V = \frac{m}{\rho(\text{H}_2\text{O})}$$

$$V = \frac{1800}{1000} = 1,800 \text{ L}$$

$$C_S = \frac{n(\text{H}_2\text{CO}_3)}{V}$$

$$C_S = \frac{1,59}{1,800} = 0,883 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

4.

Réaction chimique	$\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightarrow$	$\text{HCO}_3^-(\text{aq}) +$	$\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$
État initial	C_S	Solvant	0
État final : équilibre chimique	$C_S - x_{\text{éq}}$	Solvant	$x_{\text{éq}}$

$$5. K_{A1} = \frac{\frac{[\text{HCO}_3^-(\text{aq})]_{\text{éq}}}{C^0} \cdot \frac{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]_{\text{éq}}}{C^0}}{\frac{[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})]_{\text{éq}}}{C^0}} = \frac{\left(\frac{x_{\text{éq}}}{C^0}\right)^2}{\frac{C_S - x_{\text{éq}}}{C^0}} = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{C^0}\right)^2 \cdot \frac{C^0}{C_S - x_{\text{éq}}} = \frac{x_{\text{éq}}^2}{C^{02}} \cdot \frac{C^0}{C_S - x_{\text{éq}}}$$

$$K_{A1} = \frac{x_{\text{éq}}^2}{C^0} \cdot \frac{1}{C_S - x_{\text{éq}}}$$

$$x_{\text{éq}}^2 = -K_{A1} \cdot C_S \cdot x_{\text{éq}} + K_{A1} \cdot C^0 \cdot C_S$$

$$x_{\text{éq}}^2 + K_{A1} \cdot C_S \cdot x_{\text{éq}} - K_{A1} \cdot C^0 \cdot C_S = 0$$

$$a \cdot x_{\text{éq}}^2 + b \cdot x_{\text{éq}} + c = 0$$

$$\text{ainsi } a = 1, b = K_{A1} \cdot C_S \text{ et } c = -K_{A1} \cdot C^0 \cdot C_S$$

La résolution numérique de cette équation de degré 2 conduit à deux solutions :

$x_{\text{eq}1} = 0,000591$ et $x_{\text{eq}2} = -0,000592$.

6. En déduire la composition de la solution S à l'équilibre, puis calculer la valeur du pH de la solution S_0 à l'équilibre chimique. Commenter.

On retient la solution positive $x_{\text{eq}} = 0,000591 \text{ mol.L}^{-1}$

$[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})] = C_S - x_{\text{eq}}$

$[\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq})] = 0,883 - 0,000591 = 0,883 \text{ mol.L}^{-1}$

$[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] = [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] = x_{\text{eq}}$

$[\text{HCO}_3^-(\text{aq})] = [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] = 0,000591 \text{ mol.L}^{-1}$

```
1.59/1.8
8.833333333E-1
Rep-0.000591
8.827423333E-1
```

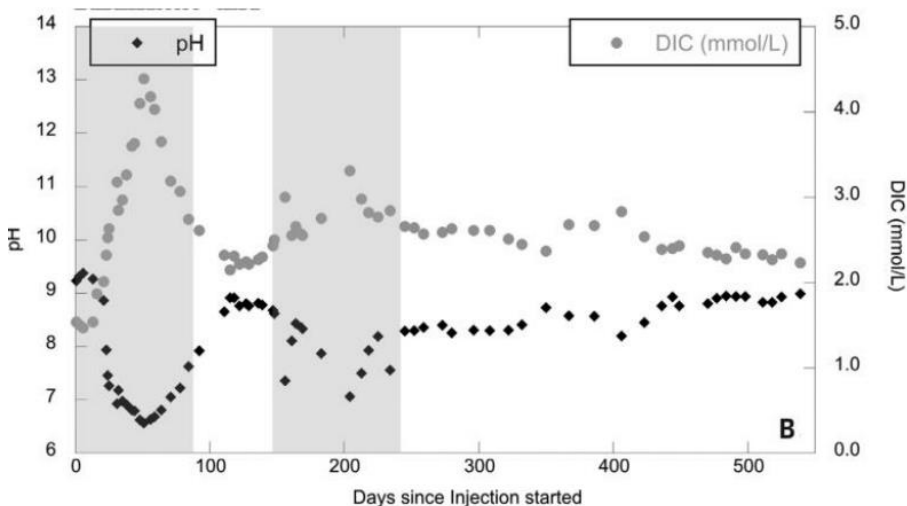
La transformation est non totale. H_2CO_3 est très peu consommé en raison d'un équilibre chimique. L'équation devrait être écrite avec une double flèche $\rightleftharpoons$.

$\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]$

$\text{pH} = -\log (0,000591) = 3,22$

$\text{pH} < \text{p}K_{\text{A}1}$ l'acide H_2CO_3 prédomine en solution.

7. Expliquer l'évolution des courbes sur les 300 premiers jours de l'expérience.



Lorsque les injections de CO_2 ont lieu, elles font augmenter le DIC puisque le CO_2 se transforme en H_2CO_3 et elles acidifient les eaux souterraines puisqu'il se forme des ions H_3O^+ .

C'est la transformation $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$

Après les injections, le DIC diminue et tend vers une valeur constante.

Les ions Ca^{2+} et Mg^{2+} réagissent avec les ions CO_3^{2-} formés à partir de HCO_3^- . Il se forme du $\text{MgCO}_3(\text{s})$ et $\text{CaCO}_3(\text{s})$ ce qui explique la baisse du DIC.

Et le pH augmente et tend lui aussi vers une valeur constante proche de $\text{pH} = 9$.

1. Première partie : étude de l'orbite de Hubble

1.1. (0,25) Le télescope Hubble évolue à une altitude constante de la surface de la Terre. Dans le référentiel géocentrique, sa trajectoire est un cercle.

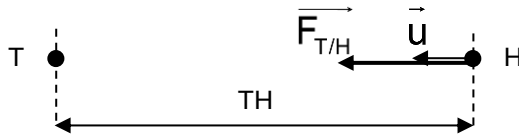
1.2. (1 pt) La 2ème loi de Newton appliquée au système {télescope}, dans le référentiel géocentrique supposé

galiléen indique $\Sigma \vec{F}_{\text{Ext.}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

En considérant que le télescope n'est soumis qu'à la force $\vec{F}_{T/H}$ d'attraction gravitationnelle de la Terre, on a $\vec{F}_{T/H} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

La masse du satellite étant constante, on a : $\vec{F}_{T/H} = \frac{dm \cdot \vec{v}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$

L'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/H}$ est $\vec{F}_{T/H} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(TH)^2} \cdot \vec{u}$



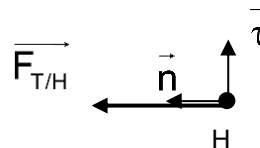
En posant $TH = R_T + h$ il vient : $G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}$

L'accélération de Hubble est donc $G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = \vec{a}$.

Dans le repère de Frenet $(H, \vec{n}, \vec{\tau})$,

le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{n} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$.

avec $\vec{n} = \vec{u}$ on obtient : $\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$.



En égalant les deux expressions de l'accélération, il vient : $\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \cdot \vec{u} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$

Par identification on obtient :
$$\begin{cases} \text{sur } \vec{u} : \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \\ \text{sur } \vec{\tau} : 0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \text{cte} \end{cases}$$

La valeur de la vitesse de la station est constante donc le mouvement est uniforme.

1.3. (0,5) D'après la question précédente, on a $\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)}$

On en déduit que $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.

1.4. (0,5) Pendant une période T , le satellite parcourt son orbite de longueur $2\pi(R_T + h)$ à la vitesse v , donc $T = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{v}$.

1.5. (0,5) Énoncé de la 3ème loi de Kepler : Le rapport du carré de la période de révolution par le cube du demi-grand axe de l'ellipse (ou du cube du rayon du cercle) est une constante qui ne dépend que du centre attracteur.

D'après la question 1.4 : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^2}{v^2}$

D'après la question 1.3 : $v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h}$

On en déduit que : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^2}{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} = \frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$

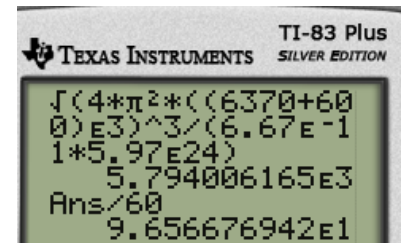
Finalement en posant $r = R_T + h$, le rayon de l'orbite on obtient

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$$

1.6. (0,5) Pour calculer la valeur de T : R_T et h sont à exprimer en m

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

1. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times ((6370 + 600) \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}} = 5,79 \times 10^3 \text{ s} = 96,6 \text{ min}$



2. 2. Deuxième partie : étude de la mise en orbite du télescope spatial James Webb

2.1.1. (0,5) Calcul du poids de la fusée : $P = M \cdot g$ avec M la masse en kg

$$P = 780 \times 10^3 \times 9,8 = 7,6 \times 10^6 \text{ N}$$

2.1.2. (0,5) En appliquant la deuxième loi de Newton, dans le référentiel terrestre, et en supposant la masse M de la fusée constante : $\vec{P} + \vec{F} = M \cdot \vec{a}$

Par projection suivant l'axe vertical Oz orienté vers le haut, on a $P_z + F_z = M \cdot a_z$

$$-M \cdot g + F = M \cdot a_z$$

$$a_z = -g + \frac{F}{M}$$

2.1.3. (0,25) Calculons l'altitude après une durée de 10 s :

$$z(t=10\text{s}) = \frac{1}{2} \left(\frac{14,0 \cdot 10^6}{780 \cdot 10^3} - 9,8 \right) \times 10^2 = 4,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

2.1.4. (0,25) Les forces de frottements ne sont pas négligeables : le travail résistant de ces dernières engendre une diminution de l'énergie mécanique de la fusée.

2.2. (0,25) Au point L2, le télescope James WEBB sera dans l'ombre de la Terre et ne sera pas perturbé par la lumière issue du Soleil.